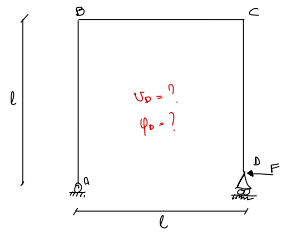
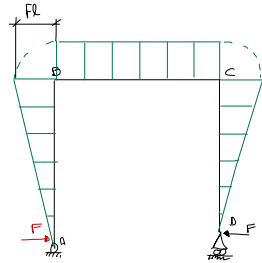


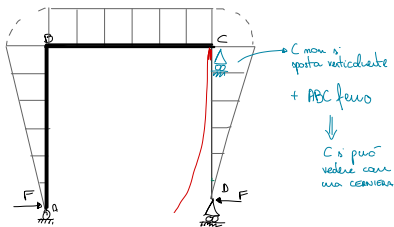
Esercizio



Non essendoci curvature impresse basterà trovare quelle elastiche cioè il diagramma del momento → troviamo allora reazioni vincolari e diagramma del momento.
 Si noti che per v_D si intende lo spostamento orizzontale, anche perché quello verticale sarebbe nullo (vedi il carrello).

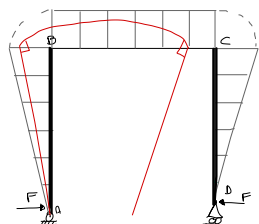


← procedendo per la composizione cinematica, la struttura sarà equivalente a questi tre organi elastici.

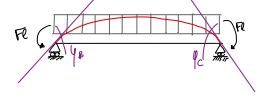


AB e BC sono rigidi mentre CD si deforma. Si osservi che il diagramma del momento su CD assomiglia a quello di una mensola (ruotata), ma dobbiamo convincerci prima che la sezione C non abbia rotazioni. Osservando i tratti rigidi: CD non si deforma assialmente (noi non consideriamo deformazioni assiali, trascurandole, allora ne si accorcia né allunga) e D non si sposta verticalmente allora C non si può spostare verticalmente, allora è come ci fosse un carrello esterno in C. Asservendo i due tratti rigidi la cerniera in A e il carrello in C danno una condizione di non esistenza del centro, allora la struttura ABC è ferma, e C non si sposta e non ruota, come fosse incastrata. Adesso ci siano ricondotti allo schema notevole, conoscendo portamento, rotazione e deformata (parte a tangente verticale, poi curvatura più grande che diventa una curvatura minore in D)

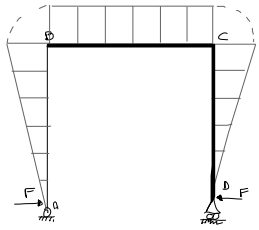
+



La deformata: BC si incurva ruotando in B e C, allora si trascina appresso i due pilastri che a loro volta ruotano. Ma AB è incernierato in A e non si sposta in A ma trascina il punto B verso sinistra, di conseguenza sul punto D si avrà una traslazione orizzontale che presenta entrambi i contributi di traslazione dei due pilastri (D "paga" tutti e due gli spostamenti orizzontali).



+



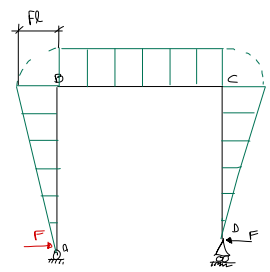
La deformata: BC si incurva ruotando in B e C, allora si trascina appresso i due pilastri che a loro volta ruotano. Ma AB è incernierato in A e non si sposta in A ma trascina il punto B verso sinistra, di conseguenza sul punto D si avrà una traslazione orizzontale che presenta entrambi i contributi di traslazione dei due pilastri (D "paga" tutti e due gli spostamenti orizzontali).

15/10 (Bisogna)

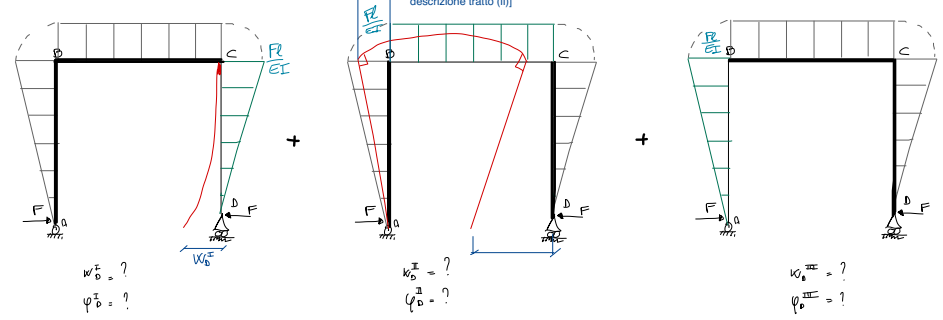
Riprendiamo l'esercizio della scorsa lezione:

Adesso lo risolviamo con la composizione cinematica classica tuttavia dopo lo svolgeremo anche con un metodo automatico.

Dopo aver calcolato reazioni vincolari e momento immaginiamo di pensare la struttura come tre differenti strutture in cui si deforma un tratto alla volta (quello sottile). Riportiamo tutti i diagrammi del momento anche se ci interessa solo la quota agente sul tratto che si deforma poiché è quest'ultimo che produrrà le curvature elastiche (infatti un momento su un tratto rigido non provoca curvature). Il momento produce curvature elastiche ma di fatto sono le curvature elastiche a deformare, quindi per essere più precisi potremmo riportare volta per volta il diagramma delle curvature. CURVATURA $\mu = \frac{M}{EI}$



DIAGRAMMI DELLE CURVATURE



La composizione cinematica consiste nell'esaminare separatamente ciascuno schema e calcolare uno per uno i contributi per poi unire il tutto mediante la sovrapposizione degli effetti.

Trascuriamo la DEFORMABILITA' ASSIALE E TAGLIANTE

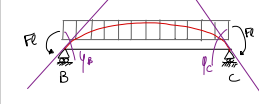
$$w_D^I = -\frac{Fl^3}{3EI}$$

$$\phi_D^I = ?$$

Nel caso (ii) la parte che si deforma è BC. Sappiamo anche come si deforma poiché abbiamo il diagramma delle curvature quindi immaginiamola curva ma fluviante. Adesso ci servono condizioni al contorno per stabilire il moto rigido. Del punto B possiamo dire che non si sposta verticalmente in quanto A è vincolato e il tratto AB è rigido, allora è come ci fosse un carrello. Discorso identico per C. Sono previsti sia in B che in C spostamenti nulli ma sono presenti delle rotazioni che possono essere calcolate attraverso la sovrapposizione degli effetti (o con Mohr).

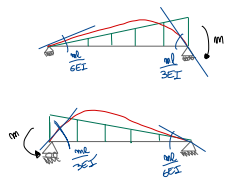
Nel caso (iii) consideriamo deformabile il tratto AB.

ABC è un unico corpo rigido incernierato in A. Il tratto CD si deforma ma noi trascuriamo le deformabilità di tipo assiale quindi assialmente possiamo considerarlo come un tratto rigido. Quindi se D non si può spostare verticalmente (per il carrello) e il tratto CD non si può accorciare o allungare verticalmente allora il punto C non si sposta verticalmente, carrello in C. Considerando entrambi i vincoli e il fatto che la struttura ABC è rigida possiamo dire che non esiste il centro, quindi è ferma. Allora la sezione C, che non si sposta e non ruota, è come fosse un incastro a terra (rappresenta una condizione al contorno). Questi ci permette di fissare il moto rigido del tratto CD e di tracciare correttamente la sua deformata. Il carrello verticale in D non conta nulla al fine del diagramma della deformata.



Per gli schemi notevoli dobbiamo ricondurci alla trave appoggiata-appoggiata con la coppia applicata. Due schemi differenti, ciascuno per ognuna delle due coppie. Poi sommiamo gli effetti (le rotazioni).

Questi due schemi notevoli con le relative coppie ci permettono di riprodurre il corretto diagramma della curvatura figlio del diagramma del momento presente sul tratto BC nel caso in cui lo consideriamo deformabile. Adesso possiamo considerare le rotazioni di B e C sommando i contributi dei due effetti (la coppia sinistra produce una rotazione antioraria a sinistra e oraria a destra, in C)



$$\phi_B^I = \frac{Fl}{3EI} + \frac{Fl}{6EI} = \frac{Fl}{2EI}$$

$$\phi_C^I = -\frac{Fl}{6EI} - \frac{Fl}{3EI} = -\frac{Fl}{2EI}$$

Ad esempio, in C avrò un contributo orario (negativo) della coppia in B e un contributo orario (negativo) della coppia applicata in B.

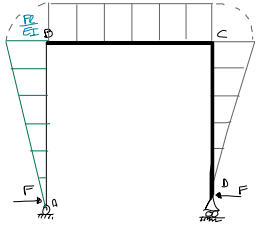
$$\phi_D^I = \phi_C^I = -\frac{Fl}{2EI}$$

$$w_D^I = -\left(\frac{Fl^3}{3EI} - \frac{Fl^3}{2EI}\right)$$

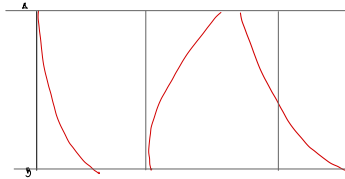
Adesso abbiamo trovato la deformata che però si porta appresso il resto della struttura, cioè deve rimanere un angolo retto sia con il tratto AB che con il tratto CD. Si noti però che il tratto AB è vincolato in A allora traslerà B della stessa quantità di cui sarebbe dovuto traslerare A. Il tratto CD trasla e D paga uno spostamento doppio, anche per il punto A che deve rimanere fermo.

Il caso (iii) è affrontato nella pagina seguente.

Nel caso (iii) consideriamo deformabile il tratto AB.



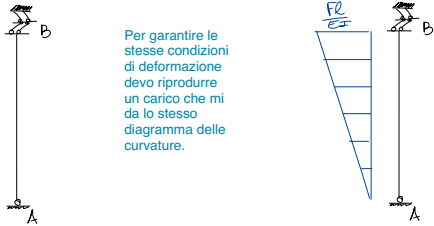
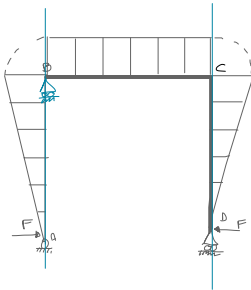
Il tratto AB si trasforma come dice il diagramma della curvatura, cioè si potrebbe disegnare AB deformato come la deformazione di una trave a curvatura nulla sotto e massima sopra, con le fibre tese a destra. Ma non abbiamo informazioni sul moto rigido e potremmo avere diverse situazioni, come in figura [sono rappresentati diverse rotazioni rigide della stessa trave deformata] i.e. Il diagramma delle curvature ci dice come si è deformata la trave a meno di un moto rigido. Per avere informazioni al contorno e dedurre il moto rigido dobbiamo analizzare il resto della struttura che essendo costituita da corpi rigidi è più facile da analizzare.



$$\varphi_B = ?$$

$$\varphi_C = ?$$

BC è un corpo rigido vincolato a terra con un carrello ma il tratto AB non si accorcia né si allunga, è assialmente indeformabile, quindi neanche B si sposta verticalmente, è come se ci fosse un carrello verticale in B (o un pendolo AB). Il corpo BCD si può traslare e ha un centro all'infinito in direzione verticale cioè il corpo BCD trasla orizzontalmente. Allora possiamo schematizzare AB come una struttura incernierata in A e in B dobbiamo tradurre la condizione di sola traslazione orizzontale, cioè non ruota e non trasla verticalmente, ma se non ruota BCD, non ruoterà nemmeno B, allora doppio pendolo (la traslazione verticale è comunque bloccata dalla non deformabilità assiale).



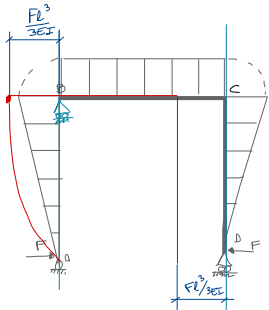
Per garantire le stesse condizioni di deformazione devo riprodurre un carico che mi da lo stesso diagramma delle curvature.

Bisogna" Se uno ci volesse andare a pensare questo diventa uno schema notevole ma non ve lo dico subito sennò vi preoccupate"

Allora non essendo uno schema notevole il metodo migliore per studiarlo è Mohr. Si trova il valore dello spostamento orizzontale di B.

$$\varphi_B = 0$$

$$W_B = -\frac{Fl^3}{3EI}$$

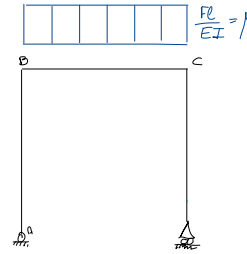


Studiata la deformato della struttura è evidente che per poter unire questa deformato con i vincoli (cerniera in A e B che può traslare ma non ruotare), si riconosce che serve la prima deformato disegnata tra le possibili in alto che però va unita con l'estremo in basso sul punto della cerniera in A e l'estremo in alto (B) traslato. I restanti tratti rigidi seguono per traslazione.

Questo metodo è un po' indaginoso già su struttura abbastanza semplice. Di fatto con questo ragionamento abbiamo fatto delle catene cinematiche, cioè avendo dei corpi rigidi abbiamo capito come si spostavano. Le difficoltà sono state quella di capire i vincoli giusti da mettere sul corpo che si deforma affinché esso tenga conto del contorno e quella di trascinare il resto della struttura, rimasta rigida, appresso al corpo che si è deformato.

C'è un metodo più semplice: Un metodo automatico. Noto come **METODO DELLE CERNIERE**.

Osserviamo lo schema (ii) dell'esercizio precedente.



Sullo schema (ii) il carico da considerare è un diagramma di curvature. Questo significa che BC si curva, in questo caso a curvatura costante. Ciò che ci è interessato è stata solo la rotazione relativa di C rispetto a B.

Noi non siamo interessati a che vincolo mettere in B e in C ma solo a come la rotazione di B e C trascina il resto della struttura.

Ai fini del trascinamento l'unica cosa che ha rilievo è la rotazione relativa di C rispetto a B.

La rotazione relativa non è altro che l'integrale del diagramma delle curvature. $\Delta\varphi = \int \mu^{+} ds$

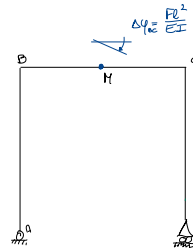
Quindi l'unica cosa che quel diagramma delle curvature comporta è la rotazione relativa. Quindi posso dire che il $\Delta\varphi$ è pari all'area di questa stesa.

Quindi stiamo dicendo che tra la sezione C e la sezione B c'è stata una rotazione relativa $\Delta\varphi$, in questo caso C ha ruotato in senso **orario** rispetto a B, cioè una rotazione negativa. Questo è coerente con il fatto che queste sono **curvature negative, riportate sopra**, la punteggiatura sta sotto e queste curvature tendono la parte opposta alla punteggiatura.

Se considero una distorsione concentrata messa a metà dello stesso valore si noti che la rotazione relativa di C e B sarebbe la stessa. Si noti che il meno è dato dal disegno della rotazione relativa, oraria.

$$\Delta\varphi = -\frac{Fl}{EI}$$

Distorsione angolare



Una rotazione relativa concentrata si chiama **distorsioni angolare**.

Al posto della diagramma delle curvature abbiamo messo una distorsione angolare in corrispondenza del punto medio (poiché in questo caso il diagramma è uniforme), nel **baricentro della stesa di carico**.

In questo caso la distorsione verrebbe assorbita metà da una parete e metà dall'altra e poi segue in discorso della traslazione per rispettare il vincolo.

Quindi sostituendo il diagramma delle curvature distribuiti con una distorsione angolare, cioè una rotazione relativa concentrata messa nel baricentro della stesa di carico. Questa è una struttura iperstatica e su una struttura iperstatica le distorsioni non creano reazioni, possono essere applicate togliendo il vincolo imperfetto e tracciando il cinematicismo.

Una struttura iperstatica soggetta ad un cedimento o una distorsione non si carica, non genera reazioni vincolari e non fa nascere caratteristiche di sollecitazione. Questo concetto lo avevamo già visto a meccanica dei solidi parlando di strutture non iperstatiche. Su una struttura non iperstatica ($i=0$) possiamo mettere qualunque cedimento o distorsione tanto sono sempre compatibili.

Se non ci sono caratteristiche della sollecitazioni i corpi si curvano, per curvatura elastica, zero, se consideriamo nulla anche la curvatura impressa non si curvano proprio.

Quindi per una struttura iperstatica (in generale non iperstatica) i corpi rimangono rigidi.

Risulta allora molto facile applicare un cedimento o una distorsione:

1. Si toglie il vincolo imperfetto e così nasce un nuovo cinematicismo
2. Si traccia il cinematicismo che dipende da un parametro
3. Si sceglie il parametro libero in modo da rispettare il cedimento

Facciamo un esempio: